

XII MATHS COME BOOK MODEL QPs

3 MARK QUESTIONS (14)

2. வெக்டர் இயற்கணிதம்

1. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = abc$ எனக் காட்டு. இதன் மறுதலையும் உண்மை எனவும் காட்டுக. Ex. 2.5 (3)
2. $|2\vec{r} + (3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k})| = 4$ என்ற கோளத்தின் மையம், ஆரம் காண்க. Ex. 2.11 (5) (ii)

5. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் – I

1. $y^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(-1, 1)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு காண்க. OBQ
2. $y = e^x, y = e^{-x}$ வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க. OBQ
3. $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3, \frac{1}{2} \leq x \leq 3$ ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, c இன் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்க. Eg. 5.21 (iii)

6. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் – II

1. வகையீடு dy காண்க. மேலும் கொடுக்கப்பட்ட x மற்றும் dx -ன் மதிப்புகளுக்கு dy -ன் மதிப்புகளை கணக்கிடுக. $y = x^4 - 3x^3 + x - 1, x = 2, dx = 0.1$. Ex 6.1 (2) (ii)
2. $u = e^{\frac{x}{y}} \sin \frac{x}{y} + e^{\frac{y}{x}} \cos \frac{y}{x}$ எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ எனக் காட்டுக. Ex 6.3 (2) (ii)

8. வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. தீர்க்க: $(D^2 + 6D + 9)y = 0$ Eg 8.23

9. தனிநிலை கணக்கியல்

1. பின்வரும் கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணையை அமைக்க : $p \vee (\neg p)$ Ex 9.2 (1)
2. பின்வரும் கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணையை அமைக்க : $(\neg p) \vee (\neg q)$ Eg 9.4 (i)
3. பின்வரும் கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணையை அமைக்க : $\neg ((\neg p) \wedge q)$ Eg 9.4 (ii)
4. பின்வரும் கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணையை அமைக்க : $(p \wedge q) \wedge (\neg q)$ Ex 9.2 (8)

10. நிகழ்தகவுப் பரவல்

1. 5 முயற்சிகளுள்ள, ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படியின் கூடுதல் 4.8 எனில் பரவலைக் காண்க. Eg 10.20
2. “ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி 6, மற்றும் திட்ட விலக்கம் 3”. இக்கூற்று மெய்யா அல்லது தவறா? விவரி. Ex 10.3 (1)

XII PUBLIC EXAM - 3 MARK QUESTIONS (51)

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

1. $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு அணியைக் காண்க. Eg.1.5 (i)

2. A ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணியாயின் $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ என்பதை நிறுவுக. Page 5 (2)

2. வெக்டர் இயற்கணிதம்

1. \hat{a}, \hat{b} என்பன இரு அலகு வெக்டர்கள் மற்றும் அவற்றின் இடைப்பட்ட கோணம் θ எனில் $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$ என நிரூபி. Eg. 2.9

2. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ எனில் $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ ஐக் காண்க. Ex. 2.1 (2)

3. ஏதேனும் ஓர் வெக்டர் \vec{r} க்கு $\vec{r} = (r.i)\vec{i} + (r.j)\vec{j} + (r.k)\vec{k}$ என நிறுவுக. Eg. 2.6

4. $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $-3\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஓர் செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமையும் என நிரூபி. Eg. 2.11

5. $3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$, $2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ என்பவை ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்கும் எனக் காட்டுக. Ex. 2.1 (12)

6. $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ எனும் வெக்டருக்கு இணையானதும் எண்ணளவு 5 உடையதுமான விசை, ஒரு துகளை (1, 2, 3) என்ற புள்ளியில் இருந்து (5, 3, 7) என்ற புள்ளிக்கு நகர்த்துமாயின் அவ்விசை செய்யும் வேலையைக் கணக்கிடுக. Ex. 2.2 (6)

7. \vec{a}, \vec{b} என்பன இரண்டு வெக்டர்கள் எனில் $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$ என நிறுவுக. Eg. 2.20

8. $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 5$, மற்றும் $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 60$, எனில் $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ஐக் காண்க. Eg. 2.22

9. $4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $-2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ எனும் வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தானதும் எண் அளவு 6 உடையதுமான வெக்டர்களைக் காண்க. Eg. 2.21

10. $3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ என்ற வெக்டரால் தரப்படும் விசையானது (1, -1, 2) என்ற புள்ளியில் செலுத்தப்படுகிறது. (2, -1, 3) என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து விசையின் திருப்புத்திறன் காண்க. Eg. 2.31

11. B(5, 2, 4) என்ற புள்ளி வழிச் செயல்படும் விசை $4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ன் வெக்டர் திருப்புத் திறன் A(3, -1, 3) என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து $\vec{i} + 2\vec{j} - 8\vec{k}$ எனக் காட்டுக. Ex. 2.4 (9)

12. $-12\vec{i} + \lambda\vec{k}$, $3\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} + \vec{j} - 15\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட இணைகரத்தின்மத்தின் கன அளவு 546 எனில் λ -இன் மதிப்பு காண்க. Ex. 2.5 (2)

13. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒருதள அமை வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a}+\vec{b}, \vec{b}+\vec{c}, \vec{c}+\vec{a}$ என்பவையும் ஒருதள அமை வெக்டர்கள் ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மை என்பதனைக் காட்டுக. **Ex. 2.5 (1)**
14. $\vec{x}.\vec{a}=0, \vec{x}.\vec{b}=0, \vec{x}.\vec{c}=0$ மேலும் $\vec{x} \neq \vec{0}$ எனில் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரே தள அமை வெக்டர்கள் எனக் காட்டுக. **Eg. 2.34**
15. எந்த ஒரு \vec{a} -க்கும் $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a}$ என நிரூபி. **Ex. 2.5 (9)**
16. $\vec{r} = (5\vec{i} - 7\vec{j}) + \mu(-\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (-2\vec{i} + \vec{k}) + \lambda(3\vec{i} + 4\vec{k})$ என்ற கோடுகளின் இடைப்பட்டக் கோணம் காண்க. **Ex. 2.6 (9)**
17. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{6}$ மற்றும் $x+1 = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{2}$ என்ற கோடுகளின் இடைப்பட்டக் கோணம் காண்க. **Ex. 2.6 (8)**
18. $(3, 2, -4), (9, 8, -10)$ மற்றும் $(\lambda, 4, -6)$ ஒரே கோட்டமைப் புள்ளிகள் எனில் λ -இன் மதிப்பு காண்க. **Eg. 2.47**
19. $2x - y + z = 4$ மற்றும் $x + y + 2z = 4$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க. **Eg. 2.60**
20. $2x + y - z = 9$ மற்றும் $x + 2y + z = 7$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க. **Ex. 2.10 (1) (i)**
21. $\vec{r} \cdot (2\vec{i} + \lambda\vec{j} - 3\vec{k}) = 10$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (\lambda\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) = 5$ என்ற தளங்கள் செங்குத்து எனில் λ காண்க. **Ex. 2.10 (3)**
22. $\vec{r}^2 - \vec{r} \cdot (4\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}) - 11 = 0$ என்ற கோளத்தின் மையம், ஆரம் காண்க. **Ex. 2.11 (5) (iv)**
23. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 2y + 2z - 15 = 0$ என்ற கோளத்தின் விட்டம் AB மற்றும் A-இன் ஆயத்தொலைகள் $(-1, 4, -3)$ எனில் B-இன் ஆயத்தொலைகளைக் காண்க. **Ex. 2.11 (4)**

3. கலப்பெண்கள்

1. $\frac{1}{1+i}$ ன் மெய், கற்பனைப் பகுதிகளைக் காண்க. **Ex. 3.1 (2)(i)**
2. $\omega^3 = 1$ எனில், $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^5 + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^5 = -1$ என நிறுவுக. **Ex. 3.5 (3)(ii)**

5. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் - I

1. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$ என்ற சார்புக்கு ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, c இன் மதிப்பு காண்க. **Eg. 5.21 (i)**
2. $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$ எனும் சார்புக்கு ரோலின் தேற்றத்தைச் சரிபாக்க. **Ex. 5.3 (1)(i)**
3. பின்வற்றிற்கு ரோலின் தேற்றத்தைச் சரிபாக்க: $f(x) = x^3 - 3x + 3$; $0 \leq x \leq 1$ **Eg. 5.22 (i)**

4. e^x என்ற சார்புக்கு மெக்லாரின் விரிவு காண்க. **Eg. 5. 28 (1)**
5. மதிப்பு காண்க: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$ **Eg. 5.32**
6. R ல் e^x திட்டமாக ஏறும் சார்பு என நிரூபிக்க. **Ex. 5.7 (1)**
7. $x^{3/5} (4 - x)$ ன் மாறுநிலை எண்களைக் காண்க. **Eg. 5.47**
8. $y = 2 - x^2$ என்ற வளைவரையின் குழிவு (குவிவு)-ன் சார்பகத்தைக் காண்க. **Eg. 5.59**

7. தொகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள்

மதிப்பு காண்க:

1. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ **Eg 7.1**
2. $\int_0^{\pi/2} e^{3x} \cos x dx$ **Ex 7.1 (11)**
3. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ **Ex 7.1 (5)**
4. $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$ **Eg 7.3**
5. $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x dx$ **Ex 7.3 (2) (i)**
6. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^3 \cos^3 x dx$ **Ex 7.2 (2)**
7. $\int_{-1}^1 \log \left(\frac{3-x}{3+x} \right) dx$ **Eg 7.6**

8. வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. $y = e^{2x} (A + Bx)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை அமைக்க. **Eg 8.2 (i)**
2. தீர்க்க: $(D^2 + D + 1)y = 0$ **Eg 8.24**

9. தனிநிலை கணக்கியல்

1. $(p \vee q) \wedge (\neg q)$ என்ற கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணை அமைக்க. **Eg 9.4 (iii)**
2. $p \wedge (\neg p)$ ஒரு முரண்பாடு என நிரூபி. **Eg 9.9 (ii)**

10. நிகழ்தகவுப் பரவல்

1. பின்வருபவன நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பா என சரிபார்க்கவும்:
 $f(x) = \begin{cases} 2x/9 & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ **Ex 10.1 (5) (a)**
2. $F(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} x \right)$, $-\infty < x < \infty$ என்பது ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X இன் பரவல் சார்பு எனில் $P(0 \leq x \leq 1)$ ஐ காண்க. **Eg 10.7**
3. ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படியின் வித்தியாசம் 1 ஆகும். மேலும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் 11 எனில் n இன் மதிப்பு காண்க. **Eg 10.21**
4. ஒரு தடை தாண்டுதல் பந்தயத்தில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் 10 தடைகளைத் தாண்ட வேண்டும். ஒருவர் ஒவ்வொரு தடையைத் தாண்டுவதின் நிகழ்தகவு $5/6$ எனில், அவர் இரண்டிற்கும் குறைவான தடைகளை வீழ்த்துவதின் நிகழ்தகவு காண்க. **Ex 10.3 (6)**
5. பாய்ஸான் பரவலை பயன்படுத்தி, நிகழ்தகவின் கூடுதல் ஒன்று என நிறுவுக. **Eg 10.22**

XII MATHS COME BOOK MODEL QPs

6 MARK QUESTIONS (30)

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

1. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ எனில், $A (\text{adj } A) = (\text{adj } A) A = |A| \cdot I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க. **Eg. 1.3**
2. நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் பின்வரும் நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பினைத் தீர்க்கவும். $7x + 3y = -1, 2x + y = 0$. **Ex. 1.2 (2)**
3. பின்வரும் அசமபடித்தான சமன்பாட்டுத் தொகுப்பினை அணிக்கோவையினைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க: $x + y + 2z = 4, 2x + 2y + 4z = 8, 3x + 3y + 6z = 10$. **Eg. 1.18 (5)**

2. வெக்டர் இயற்கணிதம்

1. ஓர் அரைவட்டத்தில் உள்ள கோணம் ஒரு செங்கோணம். இதனை வெக்டர் முறையில் நிரூபிக்க. **Eg. 2.14**
2. கோளத்தின் விட்டம், மேற்பரப்பில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணம் செங்கோணம் எனக் காட்டு. **Ex. 2.11 (6)**

3. கலப்பெண்கள்

1. z_1, z_2 என்ற ஏதேனும் இரு கலப்பெண்களுக்கு
(i) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ (ii) $\arg \left(\frac{z_1}{z_2} \right) = \arg z_1 - \arg z_2$ எனக் காட்டுக. **Page 128**
2. $2i, 1 + i, 4 + 4i$ மற்றும் $3 + 5i$ எனும் கலப்பெண்கள் ஆர்கள் தளத்தில் ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்கும் எனக் காட்டுக. **Eg. 3.14**
3. $(2 + \sqrt{3}i)$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 - 4x^2 + 8x + 35 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர். **Eg. 3.17**
4. $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0 = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$ எனில்
 $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$ மற்றும்
 $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$ எனக் காட்டுக. **Ex. 3.4 (3) (i)(ii)**
5. $(1 + \cos \theta + i \sin \theta)^n + (1 + \cos \theta - i \sin \theta)^n = 2^{n+1} \cos^n (\theta / 2) \cos \frac{n\theta}{2}$ என நிறுவுக. **Ex. 3.4 (4) (iii)**

4. பகுமுறை வடிவக்கணிதம்

1. அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதன் தொலைத் தொடுகோடுகளின் செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்குத்தொகை ஒரு மாறிலி என்றும் அதன் மதிப்பு $\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$ எனவும் காட்டுக. **Eg. 4.68**

2. $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு x, y அச்சுக்களில் வெட்டும் துண்டுகள் a, b எனவும் இப்புள்ளியில் செங்கோட்டின் வெட்டும் துண்டுகள் p, q எனவும் இருப்பின் $ap + bq = 0$ எனக் காட்டுக. **Eg. 4.70**

5. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் – I

1. ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 4மீ, 5மீ ஆகும். மற்றும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோண அளவின் ஏறும் வீதம் வினாடிக்கு 0.06 ரேடியன் எனில், நிலையான நீளங்களை உடைய அந்த பக்கங்களுக்கு இடையே கோண அளவு $\pi/3$ ஆக இருக்கும் போது, அதன் பரப்பில் ஏற்படும் ஏற்ற வீதம் காண்க. **Ex 5.1 (7)**
2. ஒரு குளிர் சாதனப் பெட்டியிலிருந்து எடுத்து, கொதிக்கும் நீரில் வைத்த உடன் ஒரு வெப்பமானி -19°C இலிருந்து 100° ஆக மாற 14 வினாடிகள் எடுத்துக் கொள்கிறது. இடையில் ஏதேனும் ஒரு நேரத்தில் பாதரசம் சரியாக 8.5°C/sec . என்ற வீதத்தில் ஏறுகிறது என்று காண்பிக்க. **Eg. 5.27**
3. $f(x) = 2x^3 + x^2 - 20x$ என்ற சார்பின் ஏறும் மற்றும் இறங்கும் இடைவெளிகளைக் காண்க. **Eg. 5.38**
4. x இன் எந்த மதிப்பிற்கு $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ என்ற சார்பு ஏறும் மேலும் எந்த மதிப்பிற்கு இறங்கும்? மேலும் எந்தப் புள்ளிகளில் சார்பின் வளைவரைக்கு வரையப்படும் தொடுகோடுகள் x அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும்? **Eg. 5.42**
5. கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளிக்கு f இன் மீப்பெரு பெரும மற்றும் மீச்சிறு சிறும மதிப்புகளைக் காண்க. $f(x) = \frac{x}{x+1}$ [1, 2] **Ex. 5.9 (2) (v)**

6. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் – II

1. $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ என்று இருக்குமாறு $w = \log(x^2 + y^2)$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் $\frac{\partial w}{\partial r}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial \theta}$ ஐக் காண்க. **Ex 6.3 (4)(i)**
2. $x = u + v, y = u - v$ என்று இருக்குமாறு $w = \sin^{-1}(xy)$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், $\frac{\partial w}{\partial u}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial v}$ ஐக் காண்க. **Ex 6.3 (4)(iii)**

7. தொகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள்

1. மதிப்பீடுக : $\int_0^1 xe^{-4x} dx$ **Eg 7.17 (ii)**
2. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பினைக் காண்க. **Ex 7.4 (6)**

3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) என்ற நீள்வட்டம் ஏற்படுத்தும் பரப்பினை, குற்றச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றினால் ஏற்படும் திடப்பொருளின் கன அளவு காண்க. **Eg 7.35**

8. வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. x-அச்சின் மீது மையம் மற்றும் ஓரலகு ஆரம் கொண்ட வட்டத் தொகுப்பின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை அமைக்க. **Ex 8.1 (4)**
2. தீர்க்க: $3e^x \tan y \, dx + (1 + e^x) \sec^2 y \, dy = 0$ **Eg 8.4**
3. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$ **Eg 8.12**
4. தீர்க்க: $(D^2 - 2D - 3)y = \sin x \cos x$ **Ex 8.5 (8)**

10. நிகழ்தகவுப் பரவல்

1. நன்றாகக் கலைக்கப்பட்ட 52 சீட்டுக்களடங்கிய சீட்டுக்கட்டிலிருந்து இரு சீட்டுகள் திரும்ப வைக்கும் முறையில் எடுக்கப்படுகின்றன. ஏஸ் (ace) சீட்டுகளின் எண்ணிக்கைக்கு சராசரியும், பரவற்படியும் காண்க. **Ex 10.2 (4)**
2. ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தியாகும் தாழ்ப்பாள்களில் 20% குறையுடையவையாக உள்ளன. 10 தாழ்ப்பாள்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் போது சரியாக 2 தாழ்ப்பாள்கள் குறையுடையவையாக இருக்க (i) ஈருப்புப் பரவல் (ii) பாய்ஸான் பரவல் மூலமாக நிகழ்தகவு காண்க. [$e^{-2} = 0.1353$]. **Ex 10.4 (3)**
3. ஒரு தடுப்பு ஊசியின் பக்க விளைவால் பாதிக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.005 ஆகும். 1000 நபர்களுக்கு தடுப்பு ஊசி போடும் பொழுது (i) அதிகபட்சம் 1 நபர் பாதிக்கப்பட (ii) 4, 5 அல்லது 6 நபர்கள் பாதிக்கப்பட நிகழ்தகவு காண்க. [$e^{-5} = 0.0067$] **Eg 10.24**
4. போர் வீரர்களின் காலணிகளின் ஆயுட்காலம் இயல்நிலைப் பரவலை ஒத்திருக்கிறது. இந்தப் பரவலின் சராசரி 8 மாதமாகவும், திட்டவிலக்கம் 2 மாதமாகவும் அமைகிறது. 5000 சோடி காலணிகள் அளிக்கப்பட்ட போது, எத்தனை சோடிகளை 12 மாதங்களுக்குள்ளாக மாற்றப்பட வேண்டுமென எதிர்பார்க்கலாம்? **Ex 10.5 (4)**

***** **NO SUBSTITUTE FOR HARD WORK** *****

XII PUBLIC EXAM - 6 MARK QUESTIONS (184)

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

1. $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ இன் சேர்ப்பு அணி A என நிறுவுக. Ex. 1.1 (8)

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சேர்ப்பைக் கண்டு, $A (\text{adj } A) = (\text{adj } A) A = |A| \cdot I$ என்பதைச் சரிபார்க்க. Ex. 1.1 (2)

3. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு அணி காண்க. Eg. 1.5 (iv)

$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்.

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ Eg. 1.6

5. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ Ex. 1.1 (5)(i)

6. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 4 & -3 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ எனில் $A = A^{-1}$ எனக் காட்டுக. Ex. 1.1 (10)

7. $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$ எனில், $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க. OBQ

8. A, B இரண்டு பூச்சியமற்ற கோவை அணிகள் எனில், $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ என நிறுவுக.

நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க:

9. $x + y = 3,$ $2x + 3y = 8$ Eg. 1.7

10. $2x - y = 7,$ $3x - 2y = 11$ Ex. 1.2 (1)

அணியின் தரம் காண்க.

11. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 6 & -2 \\ 3 & 6 & 9 & -3 \end{bmatrix}$ Eg. 1.14 12. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{bmatrix}$ Ex 1.3 (5)

13. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix}$ Ex. 1.3 (6) 14. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \end{bmatrix}$ Eg. 1.16

$$15. \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ Ex. 1.3 (3)} \quad 16. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ Ex. 1.3 (4)}$$

$$17. \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ OBQ}$$

பின்வரும் அசமபடித்தான நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பினை அணிக்கோவை முறையில் தீர்க்க:

$$\begin{array}{lll} 18. & 2x + 3y = 8 & 4x + 6y = 16 & \text{Eg 1.17 (2)} \\ 19. & 4x + 5y = 9 & 8x + 10y = 18 & \text{Ex 1.4 (3)} \\ 20. & 2x - 3y = 7 & 4x - 6y = 14 & \text{OBQ} \\ 21. & 2x + 2y + z = 5 & x - y + z = 1 & 3x + y + 2z = 4 & \text{Eg 1.18 (3)} \end{array}$$

பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பின் ஒருங்கமைவுத் தன்மையைத் தர முறையைப் பயன்படுத்தி ஆராய்க.

$$\begin{array}{llll} 22. & x + y + z = 7 & x + 2y + 3z = 18 & y + 2z = 6 & \text{Ex. 1.5 (1)(iii)} \\ 23. & x - 4y + 7z = 14 & 3x + 8y - 2z = 13 & 7x - 8y + 26z = 5 & \text{Ex. 1.5 (1)(iv)} \end{array}$$

2. வெக்டர் இயற்கணிதம்

1. ஒரு சாய் சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என்பதனை வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. Eg. 2.15
2. வெக்டர் முறையில் $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ என்று நிரூபிக்க. Eg. 2.28
3. $4\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ஐ நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளி Pஇல் செயல்படும் விசைகள் $2\vec{i} + 7\vec{j}$, $2\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$ மற்றும் $-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ஆகும். இவைகளின் விளைவு விசையின் திருப்புத் திறனை $6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ -ஐ நிலை வெக்டராகக் கொண்ட Q என்ற புள்ளியைப் பொறுத்துக் காண்க. Ex. 2.4 (8)
4. $[\vec{a} - \vec{b} \quad \vec{b} - \vec{c} \quad \vec{c} - \vec{a}] = 0$ என நிறுவுக. OBQ
5. A(1, 2, 3), B(3, -1, 2), C(-2, 3, 1), D(6, -4, 2) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக. OBQ
6. எல்லா வெக்டர்கள் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ க்கும், $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$ என நிறுவுக. Eg. 2.38
7. (3, -4, -2) என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதும் $9\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$ என்ற வெக்டருக்கு இணையானதுமான கோட்டின் வெக்டர் மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. Ex. 2.6 (6)
8. $\vec{r} = (\vec{i} - \vec{j}) + t(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) + s(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$ என்ற இணை கோடுகளின் இடைப்பட்ட தூரத்தைக் காண்க. Eg. 2.42

9. $\vec{r} = (3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}) + t(\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) + s(7\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k})$ என்பன ஒரு தளத்தில் அமையாத கோடுகள் எனக் காட்டுக. **Ex. 2.7 (2)**
10. $\vec{r} = (\vec{i} - \vec{j}) + t(2\vec{i} + \vec{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (2\vec{i} - \vec{j}) + s(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$ என்ற இரு கோடுகள் ஒரே தள அமையாக் கோடுகள் எனக் காட்டி, அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட தூரத்தையும் காண்க. **Eg. 2.43**
11. $(3, -1, -1), (1, 0, -1)$ மற்றும் $(5, -2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோட்டமைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக. **Eg. 2.46**
12. $\vec{r} = (2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}) + t(2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$ என்ற கோடும் $x - 2y + 3z + 7 = 0$ என்ற தளமும் சந்திக்கின்ற புள்ளியைக் காண்க. **Ex. 2.9 (4)**
13. $2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ எனும் நிலை வெக்டரை உடைய புள்ளியை மையமாகவும் 4 அலகுகளை ஆரமாகவும் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. **Ex. 2.11 (1)**
14. $(1, -1, 1)$ ஐ மையமாகவும் $|\vec{r} - (\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})| = 5$ என்ற கோளத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான மதிப்பை ஆரத்தைக் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைத் தருக. **Ex. 2.11 (3)**
15. $(5, 5, 3)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $(1, 2, 3)$ மையமாகவும் அமையும் கோளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. **Eg. 2.63**
16. $2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ எனும் வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் முறையே A, B. இதனை இணைக்கும் புள்ளிகளை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் சமன்பாடு தருக. **Eg. 2.64**
17. $2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}$ மற்றும் $-2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ எனும் நிலை வெக்டர்களையுடைய புள்ளிகள் முறையே A, B ஆகும். இவற்றை இணைக்கும் கோட்டை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க, மேலும் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க. **Ex. 2.11 (2)**
18. $\vec{r}^2 - \vec{r} \cdot (8\vec{i} - 6\vec{j} + 10\vec{k}) - 50 = 0$ என்ற வெக்டர் சமன்பாட்டையுடைய கோளத்தின் மையத்தையும் ஆரத்தையும் காண்க. **Eg. 2.65**

3. கலப்பெண்கள்

1. பின்வரும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x மற்றும் y-யின் மெய் மதிப்புகளைக் காண்க. $\sqrt{x^2 + 3x + 8} + (x + 4)i = y(2 + i)$. **Ex. 3.1 (4) (iii)**
2. $(-8 - 6i)$ -இன் வர்க்க மூலங்கள் காண்க. **Ex. 3.2 (2)**
3. $(-7 + 24i)$ -இன் வர்க்க மூலங்கள் காண்க. **Eg. 3.16**
4. கலப்பெண்களின் முக்கோண சமனிலியை எழுதி நிரூபி. **Page 124**

5. z_1 மற்றும் z_2 என்ற இரு கலப்பெண்களுக்கு
(i) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ (ii) $\arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$ என்பதை நிரூபி. **Page 127**

6. சுருக்குக: $\frac{(\cos \theta + i \sin \theta)^4}{(\sin \theta + i \cos \theta)^5}$ **Eg. 3.19**

P என்னும் புள்ளி கலப்பெண் மாறி z ஐக் குறித்தால் P-இன் நியமப்பாதையை பின்வரும் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு காண்க.

7. $|2z - 1| = |z - 2|$ **OBQ**
8. $|z - 3i| = |z + 3i|$ **OBQ**
9. $|3z - 5| = 3|z + 1|$ **OBQ**
10. $\operatorname{Re}\left(\frac{z+1}{z-i}\right) = 0$ **OBQ**
11. $(7 + 9i), (-3 + 7i), (3 + 3i)$ எனும் கலப்பெண்கள் ஆர்கன் தளத்தில் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக. **Eg. 3.15**
12. கலப்பெண் தளத்தில் $(10 + 8i), (-2 + 4i), (-11 + 31i)$ எனும் கலப்பெண்கள் அமைக்கும் முக்கோணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் என நிறுவுக. **Ex. 3.2 (4)**
13. மெய்யெண் குணகங்களைக் கொண்ட $P(x) = 0$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டின் கலப்பெண் மூலங்கள் இணையெண் இரட்டையாகத்தான் இடம்பெறும் என நிறுவுக. **Page 140**
14. $3 + i$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 20 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் பிற தீர்வுகளைக் காண்க. **Ex. 3.3 (1)**
15. $1 + 2i$ ஒரு மூலமாகக் கொண்ட $x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 14x + 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க. **Ex. 3.3 (2)**
16. $(1+i)$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4 + 4 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க. **OBQ**
17. $(1 - i)$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க. **OBQ**
18. $x = \cos \alpha + i \sin \alpha, y = \cos \beta + i \sin \beta$ எனில் $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta)$ என நிரூபி. **Ex. 3.4 (9)**
19. n என்பது மிகை முழு எண் எனில் $\left(\frac{1 + \sin \theta + i \cos \theta}{1 + \sin \theta - i \cos \theta}\right)^n = \cos n\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i \sin n\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ என நிரூபிக்க. **Eg. 3.20**
20. $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0 = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$ எனில் $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 0$ மற்றும் $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 0$ எனக் காட்டுக. **Ex. 3.4 (3)(iii)(iv)**
21. n என்பது மிகை முழு எண் எனில் $(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n+2}{2}} \cos \frac{n\pi}{4}$ என நிரூபி. **Ex. 3.4 (4) (i)**

22. $n \in \mathbb{N}$ எனில் $(1 + i\sqrt{3})^n + (1 - i\sqrt{3})^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{3}$ என நிறுவுக. Ex. 3.4 (4) (ii)
23. $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$ எனில் (i) $x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta$ (ii) $x^n - \frac{1}{x^n} = 2i\sin n\theta$ Ex. 3.4 (7)
24. தீர்க்க : $x^4 + 4 = 0$. Ex. 3.5 (4) (i)

4. பகுமுறை வடிவக்கணிதம்

- ஒரு இருச்சக்கர வாகனத்தின் முகப்பு விளக்கில் உள்ள பிரதிபலிப்பான் ஒரு பரவளைய அமைப்பில் உள்ளது. அதன் விட்டம் 12 செ.மீ, ஆழம் 4 செ.மீ எனில் அதன் அச்சில் எவ்விடத்தில் பல்பினை (bulb) பொருத்தினால் முகப்பு விளக்கு மிகச் சிறந்த முறையில் ஒளியைத் தரமுடியும் எனக் கணக்கிடுக. Eg. 4.9
- ஒரு நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் (2, 1), (-2, 1) மற்றும் செவ்வகலத்தின் நீளம் 6 எனில் அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க. Eg. 4.24
- இயக்குவரை $2x + y - 1 = 0$, குவியம் (1, 2) மேலும் மையத் தொலைத்தகவு $\sqrt{3}$ எனில் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. Eg. 4.36
- மையம்: (0, 0); அரைக் குறுக்கச்சின் நீளம் 6; $e = 3$, மேலும் குறுக்கச்சு, y -அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது. இவ்விபரங்களுக்குரிய அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. Ex. 4.3 (1) (iii)
- மையம் (2, 1) மேலும் ஒரு குவியம் (8, 1) எனவும் இதற்கொத்த இயக்குவரை $x = 4$ எனவும் உடைய அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. Eg. 4.43
- $x^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு (0, 1) என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு, செங்கோடு இவற்றின் சமன்பாடுகள் காண்க. Ex. 4.4 (1) (iii)
- (1, 2)லிருந்து $2x^2 - 3y^2 = 6$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு வரையத்தக்க இரு தொடுகோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. Ex. 4.4 (4) (iii)
- $3x^2 - 5xy - 2y^2 + 17x + y + 14 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைத் தொடுகோடுகளின் தனித்தனிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க. Eg. 4.64
- $2x + 3y - 8 = 0$ மற்றும் $3x - 2y + 1 = 0$ என்பவற்றைத் தொலைத் தொடுகோடுகளாகவும், (5, 3) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. Ex. 4.5 (2) (i)
- $4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y + 31 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைத் தொடுகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க. Ex. 4.5 (3) (iii)
- $3x^2 - 5xy - 2y^2 + 17x + y + 14 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைத் தொடுகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க. Eg. 4.67
- ஒரு திட்ட செவ்வக அதிபரவளையத்தின் முனைகள் (5, 7) மற்றும் (-3, -1) ஆகவும் இருப்பின், அதன் சமன்பாட்டையும், தொலைத் தொடுகோடுகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க. Ex. 4.6 (4)
- செவ்வக அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து வரையப்படும் தொடுகோடு, தொலைத் தொடுகோடுகளுடன் அமைக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பு ஒரு மாறிலி என நிறுவுக. Ex. 4.6 (7)

5. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் – I

1. ஓரலகு நிறையுடைய ஒரு துகள் t வினாடி நேரத்தில் ஏற்படுத்தும் இடப்பெயர்ச்சி $x = 3 \cos(2t - 4)$ எனில், 2 வினாடிகளின் முடிவில் அதன் முடுக்கம் மற்றும் அதன் இயக்க ஆற்றல் (K.E.) முதலியவற்றைக் காண்க. Ex. 5.1 (2)
2. $y = x^3$ எனும் வளைவரைக்கு (1,1) என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு, செங்கோடு ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. Eg. 5.10
3. $y = x^2 - x - 2$ எனும் வளைவரைக்கு (1,-2) என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு, செங்கோடு ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. Eg. 5.11
4. $2x^2 + 4y^2 = 1$ மற்றும் $6x^2 - 12y^2 = 1$ எனும் வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனக் காட்டுக. Ex. 5.2 (8)
5. $f(x) = x^3$ என்ற சார்பிற்கு [-2,2] என்ற இடைவெளியில் லாக்ராஞ்சியின் இடைமதிப்புத் தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும். Eg. 5.24
6. $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$, [1,3] என்ற சார்புக்கு லெக்ராஞ்சியின் இடைமதிப்புத் தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும். Ex. 5.4 (1) (v)
7. $f(x) = 2x^3 + x^2 - x - 1$, [0, 2] என்ற சார்புக்கு லெக்ராஞ்சியின் இடைமதிப்புத் தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும். Ex. 5.4 (1) (iii)
8. மதியம் 2.00 மணிக்கு ஒரு சிற்றுந்தின் வேகமானி 30 மைல்கள்/மணி எனவும் 2.10 மணிக்கு வேகமானி 50 மைல்கள்/மணி எனவும் காட்டுகிறது. 2.00 மணிக்கும் 2.10 மணிக்கும் இடைப்பட்ட ஏதோ ஒரு சமயத்தில் முடுக்கம் சரியாக 120 மைல்கள்/மணி² ஆக இருந்திருக்கும் எனக் காட்டுக. Ex. 5.4 (3)
9. $\frac{1}{1+x}$ என்ற சார்புக்கு மெக்லாரின் விரிவு காண்க. Ex. 5.5 (3)
10. $\log_e(1+x)$ என்ற சார்புக்கு மெக்லாரின் விரிவு காண்க. Eg. 5.28 (2)
11. $\tan x$, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ என்ற சார்புக்கு மெக்லாரின் விரிவு காண்க. Ex. 5.5 (4)
12. மதிப்பு காண்க: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{cosec} x - \frac{1}{x} \right)$ Eg. 5.33
13. மதிப்பு காண்க: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\cos x}$ OBQ
14. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{x-1}$ ன் மதிப்பினைக் காண்க. Ex. 5.6 (10)
15. $f(x) = 20 - x - x^2$ என்ற சார்பின் ஏறும் அல்லது இறங்கும் இடைவெளிகளைக் காண்க. Ex. 5.7 (5) (i)
16. $f(x) = x^3 - 3x + 1$ என்ற சார்பின் ஏறும் அல்லது இறங்கும் இடைவெளிகளைக் காண்க. Ex. 5.7 (5) (ii)
17. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு பெருமம் மற்றும் மீச்சிறு சிறும மதிப்புகளைக் காண்க. Eg. 5.48
18. இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 100 அவ்வெண்களின் பெருக்குத் தொகை பெரும மதிப்பாக கிடைக்க அவ்வெண்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்? Ex. 5.10 (1)

19. இரண்டு மிகை எண்களின் பெருக்குத் தொகை 100, அவ்வெண்களின் கூடுதல் சிறும மதிப்பாக கிடைக்க அவ்வெண்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்? **Ex. 5. 10 (2)**
20. $y = x^3 - 3x + 2$ என்ற சார்பிற்கு வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகள் இருப்பின் அவற்றைக் காண்க. **Eg. 5. 65**
21. $f(x) = (x-1)^{1/3}$ என்ற சார்பு எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு அடைகிறது என்பதையும் மற்றும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளையும் காண்க. **Ex. 5. 11 (1)**
22. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x$ என்ற சார்பு எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு அடைகிறது என்பதையும் மற்றும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளையும் காண்க. **Ex. 5. 11 (3)**
23. $y = \sin x, x \in (0, 2\pi)$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளைக் காண்க. **Eg. 5. 66**

6. வகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள் - II

1. வகையீட்டைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{36.1}$ க்கு தோராய மதிப்புக் காண்க. **Ex 6.1 (3) (i)**
2. வகையீட்டைப் பயன்படுத்தி $\sqrt[3]{65}$ க்கு தோராய மதிப்புக் காண்க. **Eg 6.3**
3. ஒரு தனி ஊசலின் நீளம் l மற்றும் முழு அலைவு நேரம் T எனில் $T = k \sqrt{l}$ (k என்பது மாறிலி). தனி ஊசலின் நீளம் 32.1 செ.மீலிருந்து 32.0 செ.மீக்கு மாறும் போது, நேரத்தில் ஏற்படும் சதவீதப் பிழையை கணக்கிடுக. **Eg 6.5**
4. $u = \log (\tan x + \tan y + \tan z)$ எனில் $\Sigma \sin 2x \frac{\partial u}{\partial x} = 2$ என நிரூபி. **Eg 6.15**
5. $U = (x - y)(y - z)(z - x)$ எனில் $U_x + U_y + U_z = 0$ எனக் காட்டுக. **Eg 6.16**
6. $z = ye^{x^2}$ என்ற சார்பில் $x = 2t$ மற்றும் $y = 1 - t$ எனுமாறு இருப்பின் $\frac{dz}{dt}$ காண்க. **Eg 6.17**
7. $w = \frac{x}{x^2 + y^2}$ என்ற சார்பில் $x = \cos t$; $y = \sin t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ ஐ காண்க. **Ex 6.3 (3)(iii)**
8. $w = x + 2y + z^2$ என்ற சார்பில் $x = \cos t$; $y = \sin t$; $z = t$ எனில் $\frac{dw}{dt}$ ஐ காண்க. **Eg 6.19**
9. $x = u^2 - v^2, y = 2uv$ என்று இருக்குமாறு $w = x^2 + y^2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் $\frac{\partial w}{\partial u}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial v}$ ஐக் காண்க. **Ex 6.3 (4) (ii)**
10. $u = xy^2 \sin \frac{x}{y}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$ எனக் காட்டுக. **Ex 6.3 (5) (ii)**
11. u என்பது x, y இல் n -ஆம் படி சமப்படித்தான சார்பாயின் $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (n-1) \frac{\partial u}{\partial y}$ என நிறுவுக. **Eg 6.21**
12. $V = Ze^{ax+by}$ மற்றும் Z ஆனது x, y -இல் n -ஆம் படி சமப்படித்தான சார்பாயின் $x \frac{\partial V}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial y} = (ax + by + n)V$ என நிறுவுக. **Ex 6.3 (5) (iv)**

7. தொகை நுண்கணிதம் : பயன்பாடுகள்

1. $\int_0^{2\pi} \sin^9\left(\frac{x}{4}\right) dx$ ன் மதிப்பு காண்க. Eg 7.15 (iii)
2. வரையறுத்த தொகையின் பண்பினைப் பயன்படுத்தி மதிப்புக் காண்க: $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x \sin x dx$ Eg 7.7
3. வரையறுத்த தொகையின் பண்பினைப் பயன்படுத்தி மதிப்புக் காண்க: $\int_0^3 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}}$ Ex 7.2 (8)
4. மதிப்பிடுக: $\int_0^1 \log\left(\frac{1}{x}-1\right) dx$ Ex 7.2 (7)
5. வரையறுத்த தொகையின் பண்பினைப் பயன்படுத்தி மதிப்புக் காண்க: $\int_0^{\pi/2} \log(\tan x) dx$ Eg 7.11
6. மதிப்பிடுக: $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\cot x}}$ Eg 7.12
7. மதிப்பிடுக: $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ Ex 7.2 (10)
8. $y = 2x + 4$ என்ற கோடு $y = 1$, $y = 3$ என்ற கோடுகள் மற்றும் y -அச்ச ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பினைக் காண்க. Eg 7.22
9. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) என்ற நீள்வட்டம் ஏற்படுத்தும் பரப்பினை, நெட்டச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றினால் ஏற்படும் திடப்பொருளின் கன அளவு காண்க. Ex 7.4 (14)

8. வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. தீர்க்க: $x dy = (y + 4x^5 e^{x^4}) dx$ Eg 8.8
2. தீர்க்க: $(x^2 + y^2) dy = xy dx$ Ex 8.3 (3)
3. தீர்க்க: $x^2 \frac{dy}{dx} = y^2 + 2xy$; $x = 1$ எனில் $y = 1$ Ex 8.3 (4)
4. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$ Eg 8.17
5. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ Eg 8.21

6. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2+1}y = \frac{1}{(x^2+1)^2}$ Ex 8.4 (2)
7. தீர்க்க: $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$ Ex 8.4 (4)
8. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + y = x$ Ex 8.4 (1)
- 9 தீர்: $\frac{dy}{dx} + xy = x$ Ex 8.4 (6)
10. தீர்க்க : $(2D^2 + 5D + 2)y = e^{-\frac{1}{2}x}$ Eg 8.28
11. தீர்க்க: $(D^2 + 4D + 13)y = \cos 3x$ Eg 8.30
12. தீர்க்க: $(D^2 + 5D + 4)y = \sin 5x$ O B Q
13. தீர்க்க: $(D^2 - 3D + 2)y = x$ Eg 8.32
14. தீர்க்க: $(D^2 + 14D + 49)y = e^{-7x} + 4$ Ex 8.5 (3)
15. தீர்க்க: $(3D^2 + D - 14)y = 13e^{2x} + 10e^x$ O B Q

9. தனிநிலை கணக்கியல்

1. $\square[(\square p) \wedge (\square q)]$ என்ற கூற்றுக்கு மெய் அட்டவணை அமைக்க. Eg 9.4 (iv)
2. $(p \vee q) \wedge (r)$ க்குரிய மெய் அட்டவணையை அமைக்க. Eg 9.6
3. $(p \wedge q) \vee (r)$ ன் மெய் அட்டவணையை அமைக்க. Ex 9.2 (10)
4. $(p \wedge q) \vee (\square r)$ க்குரிய மெய் அட்டவணையை அமைக்க. Eg 9.5
5. $\square(p \vee q) \equiv (\square p) \wedge (\square q)$ எனக் காட்டுக. Eg 9.7
6. $\square(p \wedge q) \equiv (\square p) \vee (\square q)$ எனக் காட்டுக. Ex 9.3 (5)
7. $p \leftrightarrow q \equiv ((\square p) \vee q) \wedge ((\square q) \vee p)$ எனக் காட்டுக. Ex 9.3 (4)
8. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ எனக் காட்டுக. Ex 9.3 (3)
9. $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ சமமானற்றவை எனக் காட்டுக. Ex 9.3 (6)
10. $[(\square p) \vee (\square q)] \vee p$ ஒரு மெய்மை எனக் காட்டுக. Eg 9.10 (i)
11. $((\square p) \vee q) \vee (p \wedge (\square p))$ ஒரு மெய்மையா என்பதனை மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு தீர்மானிக்க. O B Q

12. $(p \wedge (\neg q)) \vee ((\neg p) \vee q)$ என்ற கூற்று மெய்மையா, முரண்பாடா என்பதனை தீர்மானிக்க. **Ex 9.3 (1) (iii)**
13. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ என்பது ஒரு மெய்மை எனக் காட்டுக. **Ex 9.3 (7)**
14. $((\neg q) \wedge p) \wedge q$ ஒரு முரண்பாடு எனக் காட்டுக. **Eg 9.10 (ii)**
15. மெய் அட்டவணையைக் கொண்டு பின்வரும் கூற்று மெய்மையா அல்லது முரண்பாடா எனத் தீர்மானிக்கவும்: $(p \wedge (\neg p)) \wedge ((\neg q) \wedge p)$ **Ex 9.3 (1) (v)**
16. வரையறுக்கப்பட்ட குறியீட்டின் படி $(Z_5 - \{[0]\}, +)$ ஒரு குலம் என நிரூபி. **O B Q**
17. 1இன் 4ஆம் படி மூலங்கள் ஒரு முடிவான எலியன் குலத்தை பெருக்கலின் கீழ் அமைக்கும் எனக் காட்டுக. **Eg 9.15**
18. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ஆகிய நான்கு அணிகளும் அடங்கிய **Eg 9.20** கணம் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
19. 2×2 வரிசை கொண்ட பூச்சியமற்ற கோவை அணிகள் யாவும் முடிவற்ற எலியன் அல்லாத குலத்தை அணி பெருக்கலின் கீழ் அமைக்கும் எனக் காட்டுக. (இங்கு அணியின் உறுப்புகள் யாவும் R ஐச் சேர்ந்தவை) **Eg 9.19**
20. $(Z, +)$ ஒரு முடிவற்ற எலியன் குலம் என நிறுவுக. **Eg 9.12**
21. $(Z_6, +6)$ என்ற குலத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பின் வரிசையினைக் காண்க. **O B Q**
22. $(Z_7 - \{[0]\}, \cdot)$ என்ற குலத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பின் வரிசையினைக் காண்க. **O B Q**
23. குலத்தின் நீக்கல் விதிகளை எழுதி நிறுவுக. **Page 181**
24. G ஒரு குலம் என்க. $a, b \in G$ எனில் $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$ என நிரூபி. (அல்லது) குலத்தில் எதிர்மறையின் மீதான திருப்புதல் விதியினை எழுதி நிரூபி. **Page 182**

10. நிகழ்தகவுப் பரவல்

1. மூன்று பகடைகளை ஒரு முறை வீசும் பொழுது 6 -கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுப் பரவலைக் காண்க. **Ex 10.1 (1)**
2. ஒரு தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவுப் பரவல் (நிறைச்சார்பு) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
- | X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| $P(X = x)$ | a | 3a | 5a | 7a | 9a | 11a | 13a | 15a | 17a |
- (i) a-ன் மதிப்பு காண்க.
(ii) $P(x < 3)$
(iii) $P(3 < x < 7)$ இவற்றைக் காண்க.. **Ex 10.1 (4)**
3. $f(x) = \begin{cases} cx(1-x)^3; & 0 < x < 1 \\ 0 & ; \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ **Ex 10.1 (6)**
- என்ற சார்பு ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு எனில் (i) c (ii) $P\left(x < \frac{1}{2}\right)$ காண்க.

4. ஒரு சீரான பகடையை வைத்து ஒரு விளையாட்டு விளையாடப்படுகிறது. ஒருவருக்கு பகடையின் மேல் 2 விழுந்தால் ரூ.20 இலாபமும், பகடையின் மேல் 4 விழுந்தால் ரூ.40 இலாபமும், பகடையின் மேல் 6 விழுந்தால் ரூ. 30 இழப்பும் அடைகிறார். வேறு எந்த எண் விழுந்தாலும் இலாபமோ இழப்போ கிடையாது. அவர் அடையும் எதிர்பார்ப்பு இலாபத் தொகை யாது? **Eg 10.14**

5. ஒரு நுழைவுத் தேர்வில் ஒரு மாணவன் எல்லா 120 கேள்விகளுக்கும் விடையளிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு கேள்விக்கும் நான்கு விடைகள் உள்ளன. ஒரு சரியான விடைக்கு 1 மதிப்பெண் பெறமுடியும். தவறான விடைக்கு 1/2 மதிப்பெண் இழக்க நேரிடும். ஒவ்வொரு கேள்விக்கும் சமவாய்ப்பு முறையில் விடையளித்தால் அம்மாணவன் பெறும் மதிப்பெண்ணின் எதிர்பார்ப்பு என்ன? **Ex 10.2 (3)**

6. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது :

x	0	1	2	3
P(X = x)	0.1	0.3	0.5	0.1

$Y = X^2 + 2X$ எனில் Y இன் சராசரியையும் பரவற்படியையும் காண்க. **Ex 10.2 (6)**

7.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{24}; & -12 \leq x \leq 12 \\ 0 & ; \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$
 என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்புக்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. **Ex 10.2 (7) (i)**

8. தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} x(2-x); & 0 < x < 2 \\ 0 & ; \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

எனில் சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க. **Eg 10.15**

9.
$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}; & x > 0 \\ 0 & ; \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$
 என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்புக்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. **Ex 10.2 (7) (ii)**

10.
$$f(x) = \begin{cases} x e^{-x}; & x > 0 \\ 0 & ; \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$
 என்ற நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்புக்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க. **Ex 10.2 (7)(iii)**

11. பின்வரும் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பிற்கு சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க.

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}; & 0 < x < \infty \\ 0 & ; \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases} \quad \text{Eg 10.16}$$

12. ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் மாறி Xன் சராசரி 2, திட்ட விலக்கம் $\frac{2}{\sqrt{3}}$ எனில், நிகழ்தகவுச் சார்பைக் காண்க. **Eg 10.17**

13. ஒரு கொள்கலனில் 4 வெள்ளையும் 3 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. திரும்ப வைக்குமாறு சமவாய்ப்பு முறையில் மூன்று முறை பந்துகளை ஒன்றன் பின் ஒன்றாக எடுக்கும் போது கிடைக்கும் சிவப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுப் பரவலைக் காண்க. மேலும் சராசரி, பரவற்படி ஆகியவற்றைக் காண்க. **Eg 10.13**

